

Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Б1.В.ДВ.06.03 Непрерывные группы уравнений

наименование дисциплины (модуля) в соответствии с учебным планом

Направление подготовки / специальность

01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)

01.03.02.31 Математическое моделирование и вычислительная
математика

Форма обучения

очная

Год набора

2020

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Программу составили _____

доктор физико-математических наук, профессор, Родионов Александр

Алексеевич

должность, инициалы, фамилия

1 Цели и задачи изучения дисциплины

1.1 Цель преподавания дисциплины

Дисциплина предназначена для студентов старших курсов университетов, аспирантов, преподавателей и научных работников в области дифференциальных уравнений с целью освоения метода группового анализа.

Дисциплина посвящена изложению основ теоретико-группового анализа для студентов ИМиФИ СФУ. Приведены основные теоремы с доказательствами, даны понятия группы и алгебры преобразований, определение инвариантного решения. Теоретический материал сопровождается большим количеством примеров, что позволяет студенту быстрее овладеть удобной и эффективной техникой исследования качественных свойств дифференциальных уравнений.

С помощью теории группового анализа можно описать общую структуру семейства решений дифференциального уравнения, выделить определенные классы решений, отыскание которых в каком-либо смысле проще по сравнению с общим решением, построить законы сохранения, вывести новые решения из уже известных. Основным преимуществом теории является ее применимость к различным уравнениям независимо от их типа, порядка и свойства линейности.

1.2 Задачи изучения дисциплины

Основными задачами изучения дисциплины “Непрерывные группы уравнений” являются усвоение и применение на практике следующих разделов и тем:

- Однопараметрические группы преобразований;
- Группы, допускаемые дифференциальными уравнениями;
- Алгебра Ли и многопараметрические группы;
- Инвариантные решения дифференциальных уравнений;
- Частично-инвариантные решения;
- Задача групповой классификации;
- Интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений 1-го порядка, допускающих группу преобразований;
- Обыкновенные дифференциальные уравнения 2-го порядка, допускающие группу преобразований.

1.3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения по дисциплине
ПК-1: Способен применять базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий при проведении исследования в конкретной области профессиональной деятельности	
ПК-1.1: Применяет теоретические и практические знания математических и естественных наук, основ	

программирования и информационных технологий для проведения в конкретной области профессиональной деятельности	
ПК-2: Способен проводить под научным руководством исследование на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности	
ПК-2.2: Представляет научные результаты на учебных семинарах, составляет научные документы и отчеты	
ПК-3: Способен создавать и исследовать математические модели в естественных науках, промышленности и бизнесе, с учетом возможностей современных информационных технологий, программирования и компьютерной техники	
ПК-3.1: Выписывает математические постановки классических моделей, применяемых в естественных науках, промышленности и бизнесе	
ПК-3.2: Исследует и анализирует математические модели, применяемые в естественных науках, промышленности и бизнесе	

1.4 Особенности реализации дисциплины

Язык реализации дисциплины: Русский.

Дисциплина (модуль) реализуется без применения ЭО и ДОТ.

2. Объем дисциплины (модуля)

Вид учебной работы	Всего, зачетных единиц (акад. час)	е
		1
Контактная работа с преподавателем:	1,5 (54)	
занятия лекционного типа	0,5 (18)	
практические занятия	1 (36)	
Самостоятельная работа обучающихся:	1,5 (54)	
курсовое проектирование (КП)	Нет	
курсовая работа (КР)	Нет	

3 Содержание дисциплины (модуля)

3.1 Разделы дисциплины и виды занятий (тематический план занятий)

		Контактная работа, ак. час.							
№ п/п	Модули, темы (разделы) дисциплины	Занятия лекционного типа		Занятия семинарского типа				Самостоятельная работа, ак. час.	
				Семинары и/или Практические занятия		Лабораторные работы и/или Практикумы			
		Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС
1. Однопараметрические группы преобразований									
	1. Примеры, определение, свойства однопараметрических групп.	2							
	2. Примеры групп переносов, растяжений, проективных преобразований. Канонический параметр. Производная Ли. Инварианты группы G_1 .			2					
	3. Определение орбиты и касательного векторного поля G_1 . Базис инвариантов. Инфинитезимальный оператор. Примеры групп, инвариантов и операторов на плоскости (x, y) .			2					
	4. Представление однопараметрической группы экспоненциальным преобразованием. Примеры.			2					
	5. Определение инвариантности многообразия (поверхности) относительно группы преобразований.	2							

6. Самостоятельная работа по разделу "Однопараметрические группы преобразований"								6	
2. Группы, допускаемые дифференциальными уравнениями									
1. Преобразования, допускаемые уравнениями теплопроводности. Определение дифференциального многообразия.	2								
2. Точечные преобразования, их инфинитезимальный оператор. Оператор полного дифференцирования. Продолжение оператора.			2						
3. Формулы продолжения оператора на вторые производные, на производные произвольного порядка. Определяющие уравнения.			2						
4. Система уравнений околозвукового установившегося течения газа как пример дифференциального многообразия. Построение базиса допустимых операторов. Уравнение переноса. Построение допустимых операторов.	2								
5. Самостоятельная работа по разделу "Группы, допускаемые дифференциальными уравнениями"								6	
3. Алгебра Ли и многопараметрические группы									
1. Многопараметрические группы на примере преобразований, допускаемых уравнениями околозвукового установившегося течения газа.	2								
2. Определение коммутатора в векторном пространстве L_r .			2						

3. Алгебра Ли для L_g . Размерность, базис, структурные константы алгебры Ли. Определения подалгебры, идеала, центра, производной, разрешимости алгебры Ли. Коммутатор инфинитезимальных операторов. Алгебра Ли операторов.	2							
4. Алгебра Ли операторов на примере уравнений околосвукового течения газа. Таблица коммутаторов, ее структурные особенности.			2					
5. Самостоятельная работа по разделу "Алгебра Ли и многопараметрические группы"							6	
4. Инвариантные решения дифференциальных уравнений								
1. Критерий инвариантности многообразия относительно G_r .	2							
2. Базис векторного поля алгебры Ли группы G_r . Ранг алгебры. Неособое многообразие. Многообразие как система дифференциальных уравнений			2					
3. Определение инвариантного H -решения (H - подгруппа группы G_r) на многообразии. Степень полноты набора инвариантов группы H . Фактор-система E/H . Ранг инвариантных решений. Пример противоречивости системы E/H .			2					
4. Построение инвариантных решений уравнений околосвукового установившегося плоскопараллельного течения газа.			2					
5. Уравнение Кортова-де Фриза. Построение системы E/H и точных инвариантных решений.			2					
6. Самостоятельная работа по разделу "Инвариантные решения дифференциальных уравнений"							6	

5. Частично-инвариантные решения								
1. Орбита многообразия. Ранг и дефект многообразия.	2							
2. Определение частично-инвариантного H-решения системы. Неравенства для оценки дефекта частично-инвариантного решения			2					
3. Пример частично-инвариантного решения для околосзвукового установившегося плоскопараллельного течения газа.			2					
4. Самостоятельная работа по разделу "Частично-инвариантные решения"							6	
6. Задача групповой классификации								
1. Цель задачи групповой классификации. Преобразование подобия. Подобные многообразия.	2							
2. Группа эквивалентности $GE(t)$ для уравнения. Алгоритм отыскания группы эквивалентности. Описание алгоритма решения задачи групповой классификации. Пример уравнения одномерной нелинейной теплопроводности. Полный групповой анализ уравнения.			2					
3. Построение определяющих уравнений, преобразований эквивалентности произвольного элемента, ядра основных групп, допускаемых уравнением. Построение таблицы спецификаций элемента с операторами, определяющими допустимые группы преобразований. Пример построения точного решения			2					
4. Самостоятельная работа по разделу "Задача групповой классификации"							8	
7. Интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений 1-го порядка, допускающих группу преобразований								

1. Поиск интегрирующего множителя для уравнения, допускающего группу преобразований с оператором X. Уравнение Риккати. Линейное однородное уравнение.			2					
2. Интегрирование уравнений на основе теоремы об инвариантах. Построение уравнений 1-го порядка общего вида, допускающих заданную группу преобразований. Примеры. Таблица некоторых уравнений 1-го порядка с известными допустимыми операторами.			2					
3. Самостоятельная работа по разделу "Интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений 1-го порядка, допускающих группу преобразований"							8	
8. Обыкновенные дифференциальные уравнения 2-го порядка, допускающие группу преобразований								
1. Примеры построения инвариантов 2-го порядка. Таблица некоторых уравнений 2-го порядка с известными допустимыми операторами.			2					
2. Самостоятельная работа по разделу "Обыкновенные дифференциальные уравнения 2-го порядка, допускающие группу преобразований"							8	
3.								
Всего	18		36				54	

4 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

4.1 Печатные и электронные издания:

1. Овсянников Л. В. Групповой анализ дифференциальных уравнений: монография(Москва: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит.).
2. Ибрагимов Н. Х. Группы преобразований в математической физике: монография(Москва: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит.).
3. Андреев В. К., Капцов О. В., Пухначев В. В., Родионов А. А., Мелешко С. В. Применение теоретико-групповых методов в гидродинамике: монография(Новосибирск: Наука, Сиб. издат. фирма РАН).
4. Олвер П., Шабат А. Б. Приложения групп Ли к дифференциальным уравнениям: перевод с английского(Москва: Мир).
5. Краснова Д. А., Родионов А. А., Степанова И. В. Непрерывные группы уравнений: учебное пособие(Красноярск: СФУ).

4.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства (программное обеспечение, на которое университет имеет лицензию, а также свободно распространяемое программное обеспечение):

1. Не предусмотрено

4.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

1. Не предусмотрено

5 Фонд оценочных средств

Оценочные средства находятся в приложении к рабочим программам дисциплин.

6 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Для проведения занятий требуется учебная аудитория, оборудованная учебной мебелью, а также маркерной или меловой доской.